

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

В. о. декана факультету
математики і інформатики _____

Євген МЕНЯЙЛОВ _____



Сергій 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Основи теорії ігор

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти _____ перший (бакалаврський) _____

галузь знань _____ 11 – Математика та статистика _____

(шифр і назва)

спеціальність _____ 113 Прикладна математика _____

(шифр і назва)

освітня програма _____ Прикладна математика _____

(шифр і назва)

спеціалізація _____

(шифр і назва)

вид дисципліни _____ за вибором _____

(обов'язкова / за вибором)

факультет _____ математики і інформатики _____

2025 / 2026 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики
 “26” серпня 2025 року, протокол № 10

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: *Ревіна Тетяна Володимирівна*, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики.

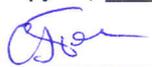
Програму схвалено на засіданні кафедри Прикладної математики
 Протокол від “26” серпня 2025 року № 13

Завідувач кафедри Прикладної математики


 (підпис) Валерій КОРОБОВ
 (прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми (керівником проектної групи) Прикладна математика
 назва освітньої програми

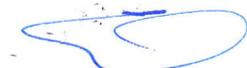
Гарант освітньо-професійної програми
 (керівник проектної групи) Прикладна математика


 (підпис) Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ
 (прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна
 назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “26” серпня 2025 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики


 (підпис) Свген МЕНЯЙЛОВ
 (прізвище та ініціали)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “**Основи теорії ігор**” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки

бакалавр

(назва рівня вищої освіти)

спеціальності (напряму) 113 Прикладна математика

спеціалізації _____

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є надання майбутнім фахівцям знань в галузі сучасної теорії ігор та використання її методів при дослідженнях прикладних задач.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни:

оволодіння майбутніми спеціалістами основними методами розв’язань матричних ігор та здатність застосовувати ці методи до вирішення прикладних задач.

1.3. Кількість кредитів 4

1.4. Загальна кількість годин 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	
Семестр	
4-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	

** у разі формування малочисельних груп обсяг аудиторного навчального навантаження, відведеного на вивчення навчальної дисципліни, зменшується відповідно до Положення про планування й звітування науково-педагогічних працівників Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна.*

1.6. Перелік компетентностей, що формує дана дисципліна:

ІК01. Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми прикладної математики у професійній діяльності або у процесі навчання, що передбачає застосування математичних теорій та методів і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК05. Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.

ЗК07. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

ЗК08. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проєктування, керування, прогнозування, прийняття рішень.

ФК09. Здатність до проведення математичного і комп'ютерного моделювання, аналізу та обробки даних, обчислювального експерименту, розв'язання формалізованих задач за допомогою спеціалізованих програмних засобів.

ФК12. Здатність до пошуку, систематичного вивчення та аналізу науково-технічної інформації, вітчизняного й закордонного досвіду, пов'язаного із застосуванням математичних методів для дослідження різноманітних процесів, явищ та систем.

ФК14. Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

ФК18. Здатність оцінити рівень математичного обґрунтування методів, які застосовуються для розв'язання конкретних прикладних задач.

1.7. Перелік результатів навчання, що формує дана дисципліна:

РН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.

РН03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.

РН05. Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та

інтегруванням, розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, розв'язанням крайових задач, пошуком оптимальних рішень.

РН10. Володіти методиками вибору раціональних методів та алгоритмів розв'язання математичних задач оптимізації, дослідження операцій, оптимального керування і прийняття рішень, аналізу даних.

РН12. Розв'язувати окремі інженерні задачі та/або задачі, що виникають принаймні в одній предметній галузі: в соціології, економіці, екології та медицині.

РН22. Уміти отримувати змістовні висновки, наводити та аналізувати приклади і контрприкладі, перевіряти і обґрунтовувати правильність застосованих міркувань і отриманих розв'язків.

1.8. Пререквізити: ОК7 Лінійна алгебра.

2. Тематичний план навчальної дисципліни.

Тема 1. Основні поняття теорії ігор.

- Поняття матричної гри. Класифікація ігор. Нижня та верхня ціна гри. Поняття стратегії гри.
- Приклади ігор: «камінь, папір, ножиці», «родинна суперечка», «дилема в'язня», гра типу «інспекція», гра «збір грошей на клумбу», гра «голодні леви», задача про бандитів (2, 3, ... гравців), гра «ультиматум»
- Антагоністична гра двох гравців: сідлова точка, гарантовані результати вигравшів гравців.
- Приклади антагоністичних ігор: азартна гра Неша, гра «пошук», гра «3 пальці», гра «лобова атака», гра «кіт та миша».

Тема 2. Зведення задач теорії ігор до задач лінійного програмування (ЛП).

- Змішані стратегії. Теорема про мінімакс Дж. Фон Неймана.
- Приклад знаходження змішаної рівноваги в грі типу «інспекція» та у грі «родинна суперечка».
- Зведення задачі знаходження множини оптимальних стратегій до еквівалентної задачі ЛП.
- Двоїстість задач ЛП для I та II гравця.
- Приклади: знаходження розв'язку ігор «3 пальці», «камінь, папір, ножиці» та «проблема фермера» методами ЛП.
- Ітераційний метод Брауна-Робінсона побудови мішаних стратегій гравців, який у граничному значенні прямує до розв'язку гри. Приклад - задача про стабільні шлюби «мар'яж».

Тема 3. Матричні ігри 2×2 та $2 \times m$ та $n \times 2$.

- Аналітичний спосіб розв'язання ігор 2×2 .
- Графічний спосіб розв'язання ігор 2×2 .
- Графо-аналітичний спосіб розв'язання ігор $2 \times m$ та $n \times 2$.
- Зведення знаходження стратегії гри для іншого гравця до двоїстої задачі ЛП.
- Приклади розв'язання ігор: «пошук людини», «ракети та ППО».

Тема 4. Біматричні ігри та методи їх розв'язання.

- Ситуація рівноваги за Нешем. Приклади ігор з відсутністю, єдиною і декількома рівновагами Неша: «камінь, ножиці, папір», «лобова атака», «азартна гра Неша», «конкурс на реалізацію проекту», «вибори мера», «у сумі 100», «гра цін». Аналіз рівноваг Неша для покеру Куна і його розширень. Рівновага Неша в війні на виснаження.
- Домінуючі стратегії. Приклад «дилема в'язня».
- Оптимальність за Парето. Приклади.

Тема 5. Економічні задачі теорії ігор.

- Оптимальне оподаткування. Крива Лафера.
- Дуополія Курно, рівновага Неша в дуополії Курно. Приклад: проблема спільного. Квазидуополія. Приклади.
- Картель. Залежність кон'юнктури ринку від характеру взаємовідносин дуополістів
- Перевага ініціатора – модель Штакельберга. Приклад.
- Цінова конкуренція- модель Бертрана, парадокс Бертрана. Модель Еджуорта. Приклади.
- Оптимальне оподаткування. Приклад: оптимальний обсяг мита в міжнародній торгівлі.
- Приклади економічних задач: швацьке підприємство, страхівка автомобіля

Тема 6. Класичні задачі теорії ігор.

- Аукціони. Типи аукціонів: прямий, закритий, аукціон першої ціни, аукціон другої ціни, інтернет-аукціони, снайпінг, голландський аукціон. Модель аукціона. Нові формати аукціонів. Нобелівська премія 2020 року.
- Теорема про медіанного виборця.
- Динамічні ігри з повною інформацією. Теорема Куна.
- Теоретико-ігрове моделювання задач управління персоналом.
- Стратегія погроз
- Системи голосування: щире голосуванні, дві альтернативи, три і більше альтернатив, парування з вибуванням, система Кондорсе, парадокс Кондорсе, система Борда, парадокс Ерроу.

Тема 7. Кооперативні (коаліційні) ігри.

- Основні поняття кооперативних ігор – множина гравців; характеристична функція та її властивості; ядро гри та його властивості, С- ядро, вектор Шеплі і його властивості, аксіома бовдура. Умова, коли вектор Шеплі належить ядру.
- Приклади: гра «сороконіжка», продаж млинців, вчений і фармацевтичні компанії, гра «чоботи», гра «шкарпетки»
- Задача торгів двох гравців. Розв’язок Неша.
- Переговори. Гра «ультиматум», «диктатор», модель торга Неша, модель торга Рубінштейна. Переговори за багатьох питань. Переговори за участю багатьох сторін.

3. Структура навчальної дисципліни

4.

Назви модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7
Тема 1. Основні поняття теорії ігор.	13	5	4			4
Тема 2. Зведення задач теорії ігор до задач ЛП.	16	6	4			6
Тема 3. Матричні ігри 2×2 та $2 \times m$ та $n \times 2$.	14	4	4			6
Тема 4. Біматричні ігри та методи їх розв’язання.	17	4	4			9
Тема 5. Економічні задачі теорії ігор.	18	5	4			9
Тема 6. Класичні задачі теорії ігор.	17	4	3			10
Тема 7. Кооперативні ігри.	17	4	5			8
<i>Підготовка до контрольної роботи</i>	4					4
<i>Контрольна робота</i>	4		4			
Разом за семестр	120	32	32			56
Усього годин	120	32	32			56

5. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Приклади ігор: «камінь, папір, ножиці», «родинна суперечка», «дилема в’язня», гра типу «інспекція»	2
2	Приклади антагоністичних ігор: гра «пошук», гра «3 пальці», гра	2

	«лобова атака».	
3	Приклад знаходження змішаної рівноваги в грі типу «інспекція» та у грі «родинна суперечка».	2
4	Знаходження розв'язку ігри «камінь, папір, ножиці» методами ЛП.	2
5	Графо-аналітичний спосіб розв'язання ігор $2 \times m$ та $n \times 2$.	2
6	Приклади розв'язання ігор: «пошук людини», «ракети та ППО».	2
7	Ситуація рівноваги за Нешем. Приклади: «камінь, ножиці, папір», «лобова атака»	2
8	Домінуючі стратегії. Приклад «дилема в'язня».	2
9	Дуополія Курно, рівновага Неша в дуополії Курно.	2
10	Модель Штакельберга. Модель Бертрана, парадокс Бертрана	2
11	Аукціони. Переговори. Системи голосування.	3
12	Основні поняття кооперативних ігор.	2
13	Приклади розв'язання ігор «сороконіжка», продаж млинців, вчений і фармацевтичні компанії	3
14	Написання контрольної роботи	4
	Разом	32

6. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Ознайомитися з азартною грою Неша: історія, постановка задачі і розв'язання	2
2	Розв'язання домашніх завдань з теми 1	2
3	Розібрати знаходження розв'язку ігри «3 пальці» методами ЛП.	1
4	Розібрати знаходження розв'язку ігри «проблема фермера» методами ЛП.	1
5	Розібрати ітераційний метод Брауна-Робінсона побудови мішаних стратегій гравців, який у граничному значенні прямує до розв'язку гри. Приклад - задача про стабільні шлюби «мар'яз».	2
6	Розв'язання домашніх завдань з теми 2	2
7	Розв'язання домашніх завдань з теми 3	6

8	Розібрати приклади ситуації рівноваги за Нешем: «конкурс на реалізацію проекту», «вибори мера», «у сумі 100». Рівновага Неша в війні на виснаження.	2
9	Розібрати аналіз рівноваг Неша для покеру Куна і його розширень	1
10	Ознайомитися з оптимальністю за Парето та прикладами.	2
11	Ознайомитися з моделлю Еджуорта.	2
12	Розв'язання домашніх завдань з теми 4	2
	Ознайомитися з поняттям картелі. Залежність кон'юнктури ринку від характеру взаємовідносин дуополістів.	2
13	Розбір методів розв'язку економічних задачі теорії ігор: оптимальний обсяг мита в міжнародній торгівлі, швацьке підприємство, страхівка автомобіля	4
14	Розв'язання домашніх завдань з теми 5	3
15	Ознайомлення з Типами аукціонів: прямий, закритий, аукціон першої ціни, аукціон другої ціни, інтернет-аукціони, снайпінг, голландський аукціон.	3
16	Ознайомлення з динамічними іграми з повною інформацією. Теорема Куна.	2
17	Ознайомлення з теоретичними засадами теоретико-ігрового моделювання задач управління персоналом	1
18	Ознайомлення зі стратегією погроз та прикладами	2
19	Ознайомлення з системами голосування: щире голосуванні, дві альтернативи, три і більше альтернатив, парування з вибуванням, система Кондорсе, парадокс Кондорсе, система Борда, парадокс Ерроу.	2
21	Розбір ігор «чоботи» і «шкарпетки». Знаходження ядра, С-ядра, вектора Шеплі.	2
22	Розбір задачі торгів двох гравців. Розв'язок Неша.	3
23	Переговори. Гра «ультиматум», «диктатор», модель торга Неша, модель торга Рубінштейна. Переговори за багатьох питань. Переговори за участю багатьох сторін.	3
24	Підготовка до контрольної роботи	4
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені робочим планом

7. Методи навчання

Пояснювально-ілюстративні лекції, репродуктивні і частково-пошукові методи при проведенні практичних занять, пояснення.

8. Методи контролю

- Перевірка домашніх робіт
- Перевірка контрольної роботи
- Контроль на практичних заняттях
- Контроль на лекціях
- Проведення заліку

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання									Залік	Сума
Тема 1	Тема 2	Тема 3	Тема 4	Тема 5	Тема 6	Тема 7	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом		
2	2	2	2	2	2	2	46	60	40	100

Для допуску до складання підсумкового контролю (заліку) здобувач вищої освіти повинен набрати не менше 10 балів з навчальної дисципліни під час поточного контролю, контрольної роботи.

Критерії оцінювання

Нарахування балів:

Поточний контроль – до 14 балів,

Контрольна робота – до 46 балів,

Залік – до 40 балів.

Контрольна робота оцінюється у 46 балів. Робота складається з 3 практичних задач.

Зміст контрольної роботи:

1. Розв'язати біматричну гру і знайти стратегії обох гравців
 - знайти нижню і верхню ціну гри
 - знайти стратегію одного з гравців графо-аналітичним методом
 - знайти стратегію другого гравця за допомогою теореми двоїстості
2. Побудувати матрицю гри і знайти рівновагу за Нешем.
3. Для заданої характеристичної функції кооперативної гри

- перевірити умови існування С-ядра гри
- визначити С-ядро графічним способом
- визначити вектор Шеплі.

Критерії оцінки по першому завданню.

15-20 – знайдена ціна гри і стратегії обох гравців, можливі невеликі помилки

8-14 – знайдена ціна гри, задача розв'язана одним із методів, другий не доведено до кінця

0-7 – один із методів відсутній, немає доведеної до кінця відповіді у другому методу

Критерії оцінки по другому завданню.

8-10 – матриця гри побудована, рівновага за Нешем знайдена, можливі невеликі помилки

4-7 – матриця гри побудована, знаходження рівноваги за Нешем не доведено до кінця

0-3 – матриця гри побудована з помилками

Критерії оцінки по третьому завданню.

12-16– знайдено С-ядро аналітично і графічно, знайдено вектор Шеплі, можливі невеликі помилки

6-11 – знайдено тільки С-ядро або тільки вектор Шеплі

0-5 – розв'язано менше половини

Залік передбачає письмову відповідь на два теоретичних питання зі списку, який надається студентам, та розв'язання задачі. Теоретичні питання – матеріал, який студенти вивчали протягом семестру на лекціях. Задача може бути на будь-яку з тем, які розглядалися впродовж семестру на практичних заняттях. До кожного теоретичного питання обов'язково наводити доведення, обґрунтування міркувань, пояснювальні приклади. Якщо теоретичний зміст питань не повністю розкритий або робота містить помилки, бал може бути знижений. За задачу бал може бути знижений, якщо відповідь неправильна та/або наявні помилки в її розв'язанні.

Шкала оцінювання (дворівнева)

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50 – 100	зараховано
1 – 49	не зараховано

10. Рекомендована література

1. Барановська Л. В. Теорія ігор: курс лекцій. – 2022.
2. Ващук Ф. Г., Лавер О. Г., Шумило Н. Я. Математичне програмування та елементи варіаційного числення. – 2008.
3. Зайченко О. Ю., Зайченко Ю. П. Дослідження операцій. Збірник задач //К.: Видавничий дім «Слово». – 2007.

4. Моклячук М. П., Ямненко Р. Є. Теорія вибору та прийняття рішень //Київ: Київський національний університет імені Тараса Шевченка. – 2018.
5. Терещенко І. М. Загальна теорія ігор: конспект лекцій. – 2022.
6. Шиян А. А. Теорія ігор: основи та застосування в економіці та менеджменті: навч. посіб. / Вінницький нац. тех. ун-т //Вінниця: ВНТУ. – 2009.
7. Osborne M. J. An introduction to game theory. Vol. 3. No. 3. New York: Oxford university press, 2004.

Допоміжна література

8. Aumann R. J. Lectures on game theory. – CRC Press, 2019.
9. Carmichael F. A guide to game theory. – Pearson Education, 2005.
10. Tadelis S. Game theory: an introduction. Princeton university press, 2013.
11. Weber T. A. Optimal control theory with applications in economics. – MIT press, 2011.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

<https://life.pravda.com.ua/columns/2018/02/3/228782/> - теорія ігор, що це таке та як вона змінює повсякденне життя

https://www.youtube.com/watch?v=Hkiwpgi6pYI&ab_channel=%D0%A1%D0%B0%D1%88%D0%BA%D0%BE%D0%AF%D0%B7%D0%B8%D0%BA%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%B9 – теорія ігор, пояснення та приклади

https://www.youtube.com/playlist?list=PLKI1h_nAkaQoDzI4xDIXzx6U2ergFmedo

- 86 відео з теорії ігор